

# Giriş Gecikmeli Robot Manipülatörlerinin Görev Uzayında Denetimi: Kendi Kendini Uyarlayan Bulanık Mantık Tabanlı Bir Yaklaşım

## Task-Space Control of Robot Manipulators Subject to an Input Delay: A Self-Tuning Fuzzy-Logic-Based Approach

Serhat Obuz<sup>1</sup>

 0000-0002-3060-9306

<sup>1</sup>Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, Tarsus Üniversitesi, Mersin 33400, Türkiye  
serhat.obuz@tarsus.edu.tr

### Özet

Bu çalışmada, denetim girişi bilinen ve sabit bir gecikmeye uğrayan  $n$ -bağlantılı robot manipülatörler için, doğrudan görev uzayında çalışan kendi kendini uyarlayan bulanık mantık tabanlı bir denetleyici geliştirilmektedir. Manipülatör dinamiklerinin bilinmediği varsayılmaktadır. Tüm belirsizlik, çıkış ağırlıkları ile üyelik fonksiyonlarının merkez ve genişlikleri projeksiyon operatörlü  $e$ -modifikasyon yasalarıyla çevrimiçi güncellenen bir bulanık ağ tarafından yaklaşılmaktadır. Gecikme bilindiğinden, telafi terimi gerçek geçmiş denetim değerlerinin üstel ağırlıklı integraliyle kurulmaktadır. Böylece gecikmeli giriş, hata dinamiklerinden gecikme uyumsuzluğu terimi doğurmadan çıkarılmaktadır. İzleme hatasının yarı-globel düzgün nihai sınırlı (SGUUB) olduğu, Lyapunov-Krasovskii terimleriyle genişletilmiş bileşik bir fonksiyonel ile kanıtlanmaktadır. Ayrıca kazanç seçimi için açık bir rehber, yapıcı bir doğrusal olmayan sönümleme alternatifi ve 10–175 ms gecikme aralığını kapsayan sayısal bir çalışma sunulmaktadır. Sıfır ağırlıkla ve hiçbir dinamik model bilgisi kullanılmadan başlayan bulanık sistem, ideal ileri beslemeyi çevrimiçi kurmakta ve 10 mm'lik başlangıç hatası 0.31–2.43 mm bandına inmektedir. Gecikme telafi teriminin 50 ms, bulanık mantık tabanlı ileri beslemenin ise 100 ms ve üzerindeki gecikmelerde kararlılık için gerekli olduğu gösterilmektedir.

**Anahtar Kelimeler:** Doğrusal olmayan denetim, uyarlamalı bulanık denetim, robot manipülatörler, görev uzayı denetimi, giriş gecikmesi.

### Abstract

A self-tuning (self-organized) fuzzy-logic controller is developed for an  $n$ -link robot manipulator that operates directly in the task space and whose control channel is affected by a known constant input delay. The lumped dynamic uncertainty is reconstructed on-line by a fuzzy-logic network whose output weights and whose membership-function centers and widths are adapted through  $e$ -modification update laws equipped with a projection operator. Because the delay is known, a delay-free auxiliary signal is injected into the open-loop error system through an exponentially weighted integral of the true past control values. The delayed input is therefore removed from the error dynamics without a delay-mismatch term. A composite Lyapunov functional augmented with Lyapunov-Krasovskii (LK) terms is used to establish that the task-space tracking error is semi-globally uniformly ultimately bounded (SGUUB). A design procedure and a constructive nonlinear-damping alternative are also provided. Analytical development is emphasized and supported by a numerical study on a two-link revolute manipulator in task space under known input delays of 10–175 ms. Starting from zero weights and without any dynamic model knowledge, the fuzzy system reconstructs the lumped uncertainty online with a few percent relative error and drives a 10 mm initial error to a 0.31–2.43 mm steady state error. The delay-compensation term and the fuzzy feedforward are each shown to be necessary for stability beyond 50 ms and 100 ms, respectively.

**Key Words:** Nonlinear control, adaptive fuzzy control, robot manipulators, task-space control, input delay.

hesap yükü getirir hem de tekillik yakınlarında güvenilirliğini yitirir. Denetleyiciyi doğrudan görev uzayında tasarlamak bu adımı ortadan kaldırır. Karşılığında belirsiz dinamikler manipülatör Jacobian'ı ile iç içe geçer ve hem tasarımın hem de kararlılık kanıtının bu eşleşmeyi açıkça taşıması gerekir [6–8].

Robot manipülatörler için denetleyici tasarımı esnasında karşılaşılan ikinci güçlük giriş gecikmelerinin bozucu etkilerinden kaynaklanmaktadır. Gerçek bir sistemde komutlanan tork motora anında ulaşmaz. Eyleyici dinamikleri, sinyal işleme ve özellikle ağ üzerinden haberleşme araya bir gecikme koyar [9]. Bu gecikme küçük olsa bile denetleyici başarımını önemli ölçüde düşürür. Denetleyici tasarımında hiç

### 1. Giriş

Bir robot manipülatörün uç noktasının istenen yörüngede tutmak, dinamiklerin doğrusal olmayan ve genellikle tam bilinmeyen yapısı yüzünden halen açık bir problemidir [1, 2]. Robot manipülatörler için denetleyici tasarımının bahsi geçen bu zorluklarına ek olarak uygulamadan kaynaklanan bir güçlük daha mevcuttur. Hareket denklemleri eklem uzayında yazılır, oysa görev çoğu zaman Kartezyen uzayda tarif edilir [3]. Denetleyici eklem uzayında tasarlanırsa, istenen Kartezyen yörüngeyi her örnekleme anında eklem açılarına çevirmek, yani ters kinematik çözmek gerekir [4, 5]. Bu hem

hesaba katılmazsa iyi ayarlanmış bir kontrol çevrimini kararsızlaştırabilir. Doğrusal olmayan sistemlerde gecikmeyle baş etmenin genel olarak iki temel yolu vardır. Birincisi öngörücü yöntemlerdir. Sistemin gecikme kadar sonraki durumu kestirilir ve problem gecikmesiz bir probleme dönüştürülür. Euler–Lagrange sistemleri için temsili bir örnek literatürde verilmiştir [10]. İkincisi Lyapunov–Krasovskii (LK) yaklaşımıdır. Bu yolda durum öngörüsü yapılmaz, bunun yerine geçmiş denetim değerlerinin bir integrali yardımcı bir sinyal olarak tanımlanır ve açık çevrim hata sistemi gecikmesiz biçimde yazılabilir [11–14]. Bu ikinci yol güncel yazın taramasında, gecikme zamanla değişse bile belirsiz Euler–Lagrange sistemlerini ele alabilecek olgunluktadır [11, 13]. Gecikme bilinmiyorsa, bu tarz yaklaşımın sonucu olarak boyutu gecikme-kestirim hatasıyla büyüyen bir kalıntı nihai sınırdır [12, 14].

Gecikmenin bilinen ve sabit olması, bu iki yolun kesişimindeki en elverişli durumdur. Bu durumda telafi terimi gerçek geçmiş denetim değerleriyle kurulabilir. Sonuçta nihai hata sınırında gecikme kestirimine bağlı hiçbir bileşen kalmaz ve sınır denetim kazancıyla monoton biçimde küçülür. Gecikme bilinmediğinde ise kazanç koşulları, tolere edilebilen gecikme uyumsuzluğuyla ters yönde çalışır [12, 14]. Bu çalışma tam da bu iki durum arasındaki farkı ele almaktadır. Aynı bulanık mantık altyapısının gecikmenin kendisini kestirmek için kullanılması, doğal bir sonraki adımdır. Bu konuda öncü olabilecek bu çalışmada, gecikmenin bilindiğini varsaymak, ağ tabanlı ve örneklenmiş-veri sistemlerinde gerçekçi olabilir, çünkü paketlere zaman damgası konabildiği veya taşıma gecikmesi ölçülebildiği için gecikme bazı uygulamalarda bilinebilir.

Belirsizlik tarafında ise çevrimiçi fonksiyon yaklaşımcıları standart araç olmuştur. Dinamikler bilinmeyen parametrelere göre doğrusal yazılabiliyorsa uyarlamalı yöntemler [15, 16], son yıllarda ise bileşik ve eşzamanlı öğrenme şemaları [8, 17–23] kullanılır. Böyle bir parametrik model yoksa, bulanık mantık ya da sinir ağı yaklaşımcıları belirsizliği doğrudan bir fonksiyon olarak öğrenir [24]. Bulanık sistemlerin ayırt edici yanı, uzman bilgisinin kural tabanına doğrudan yazılabilesidir. Yalnızca çıkış ağırlıkları uyarlanırsa, yaklaşımın kalitesi baştan seçilen ve sonradan değişmeyen üyelik fonksiyonlarıyla sınırlı kalır. Üyelik fonksiyonlarının merkezleri ve genişlikleri de çevrimiçi güncellenirse bu sınır kalkar. Bu tür yapılara kendi kendini uyarlayan bulanık mantık tabanlı sistemler denir [24, 25]. Lyapunov analizinde bu ek serbestliğin gerektirdiği kalan terim sınırları literatürde verilmiş [24], yaklaşım daha sonra görev-uzayı denetimine taşınmıştır [25]. Bu çalışmanın başlıca özgün yanları aşağıda sunulmuştur.

1. Bu çalışmada, bilinen sabit bir giriş gecikmesi altında, doğrudan görev uzayında çalışan kendi kendini uyarlayan bulanık bir denetleyici için Lyapunov tabanlı bir kararlılık analizi verilmektedir. Bilinmeyen dinamikler, ağırlıkları ile üyelik merkez ve genişlikleri projeksiyon operatörlü e-modifikasyon yasalarıyla uyarlanan bir bulanık ağ tarafından yaklaşılmaktadır. Bu yönüyle, güncel yazın dizisindeki [24–26] birçok yaklaşımdan farklıdır.
2. Üstel ağırlıklı bir gecikme telafi terimi ve LK fonksiyonelleri kullanılarak izleme hatasının yarı-global düzgün nihai sınırlı (SGUUB) olduğu kanıtlanmaktadır. Elde edilen sınırdaki gecikme uyumsuzluğuna bağlı hiçbir bileşen bulunmamakta ve sınır denetim kazancıyla monoton azalmaktadır. Bu davranış, gecikme bilinmediğinde kazancın bu iki etkiyi karşı karşıya getiren

ödüleşiminin tersidir [12, 14]. Ayrıca kazanç seçimi için açık bir rehber ile 10–175 ms gecikme aralığını kapsayan sayısal bir çalışma sunulmaktadır.

**Gösterim.**  $\|\cdot\|$  vektörler için Öklid normunu, matrisler için indüklenmiş 2-normunu gösterir. Simge  $I_n$ ,  $n \times n$  birim matristir. Gösterimler  $\lambda_{\min}(\cdot)$  ve  $\lambda_{\max}(\cdot)$  en küçük ve en büyük özdeğerlerdir. Ayrıca  $\text{tr}\{\cdot\}$  matris izidir. Küme  $\mathcal{L}_\infty$  sınırlı fonksiyonlar uzayıdır. Bir  $s$  niceliği için  $\underline{s}$  ve  $\bar{s}$  bilinen alt ve üst sınırları,  $\hat{s}$  kestirimi,  $\tilde{s} \triangleq s - \hat{s}$  ise kestirim hatasını gösterir. Bağlamdan anlaşıldığında fonksiyon argümanları yazılmayacaktır.

## 2. Dinamik ve Kinematik Model

Denetim girişi gecikmeye uğrayan  $n \in \mathbb{N}$ -bağlantılı bir manipülatörün hareket denklemi şudur [27, 28]

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F\dot{q} = u(t - \tau), \quad (1)$$

burada  $q, \dot{q}, \ddot{q} \in \mathbb{R}^n$  eklem konumu, hızı ve ivmesi,  $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  atalet matrisi,  $C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  merkezci–Coriolis matrisi,  $G(q) \in \mathbb{R}^n$  yerçekimi vektörü,  $F \in \mathbb{R}^{n \times n}$  viskoz sürtünme matrisi ve  $u \in \mathbb{R}^n$  komutlanan denetim girişidir. Denklemin sağ tarafındaki  $u(t - \tau)$  yazımı sisteme etkileyen tork, o an komutlanan değil,  $\tau \in \mathbb{R}_+$  kadar önce komutlanan değerdir.

**Varsayım 1.**  $M(q)$ ,  $C(q, \dot{q})$ ,  $G(q)$  ve  $F$  terimleri, birinci dereceden kısmi türevleriyle birlikte,  $q, \dot{q} \in \mathcal{L}_\infty$  olduğu her durumda düzgün sınırlıdır [28].

**Özellik 1.** Atalet matrisi simetrik ve pozitif tanımlıdır ve tüm  $\xi \in \mathbb{R}^n$  için  $m_1 \|\xi\|^2 \leq \xi^T M(q) \xi \leq m_2 \|\xi\|^2$  eşitsizliğini sağlar, burada  $0 < m_1 \leq m_2 < \infty$  bilinen sabitlerdir [27].

**Özellik 2.** Atalet ve merkezci–Coriolis matrisleri, tüm  $\xi \in \mathbb{R}^n$  için  $\xi^T \left( \frac{1}{2} \dot{M}(q) - C(q, \dot{q}) \right) \xi = 0$  ters simetri bağıntısını sağlar [27].

Manipülatörün görev-uzayı kinematiki ise [29]

$$x = f(q), \quad \dot{x} = J(q)\dot{q}, \quad (2)$$

biçimindedir. Burada  $x \in \mathbb{R}^n$  uç işlevcinin konumu,  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  ileri kinematik dönüşümü ve  $J \triangleq \partial f / \partial q \in \mathbb{R}^{n \times n}$  manipülatör Jacobian’ıdır. Denetleyici doğrudan  $x$  üzerinden tasarlanacağından, dinamikler ile kinematik bu iki denklem aracılığıyla birbirine bağlanacaktır.

**Varsayım 2.** Manipülatör kinematik tekilliklerden uzakta çalışır. Bu nedenle  $J^{-1}$  mevcuttur ve  $\|J\| \leq \bar{J}$  ile  $\|J^{-1}\| \leq \bar{J}_i$  sağlanır. Ayrıca, (2) içindeki kinematik terimler ve bunların birinci dereceden kısmi türevleri, sınırlı argümanlar için düzgün sınırlıdır [25].

**Varsayım 3.** Referans yörünge  $x_d(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $x_d, \dot{x}_d, \ddot{x}_d$  mevcut ve sınırlı olacak, yani  $x_d, \dot{x}_d, \ddot{x}_d \in \mathcal{L}_\infty$  olacak şekilde tasarlanır.

### 2.1. Bulanık Yaklaşımcı

Manipülatör dinamiklerinin içerdiği belirsizliklerden dolayı, denetleyici doğrudan bu terimleri içermeyecektir. Bilinmeyen tüm etkiler, Bölüm 3’te türetilcek olan tek bir  $f_d \in \mathbb{R}^n$  fonksiyonunda toplanacaktır. Bu fonksiyonun önemli özelliği, yalnızca ölçülebilen ve bilinen sinyallere, yani  $\zeta \triangleq [x^T, \dot{x}^T, x_d^T, \dot{x}_d^T, \ddot{x}_d^T]^T \in \mathbb{R}^{5n}$  vektörüne bağlı olmasıdır. Bulanık sistemlerin evrensel yaklaşım özelliği [24, 25] sayesinde  $f_d$ , herhangi bir sınırlı çalışma bölgesi üzerinde

$$f_d = W^T \phi(p, \Delta, \zeta) + \epsilon, \quad \|\epsilon\| \leq \bar{\epsilon}, \quad (3)$$

biçiminde yazılabilir. Burada  $W \in \mathbb{R}^{a \times n}$  sabit ideal ağırlık matrisi,  $\phi \in \mathbb{R}^a$  üyelik fonksiyonları vektörü,  $p \in \mathbb{R}^{5an}$  ve  $\Delta \in \mathbb{R}^a$  bu üyelik fonksiyonlarının merkezleri ve genişlikleri,  $\epsilon \in \mathbb{R}^n$  ise sonlu sayıda kuralla kaçınılmaz olan yaklaşım hatasıdır. Her kuralın merkezi, girdi vektörü  $\zeta \in \mathbb{R}^{5n}$  ile aynı uzayda bir nokta olup  $p$ , bu  $a$  merkezin yığılmış hâlidir. Genişlik ise kural başına tek bir sayıdır. Buna göre  $\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial p} \in \mathbb{R}^{a \times 5an}$  ve  $\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \Delta} \in \mathbb{R}^{a \times a}$  olur. Denetleyici gerçek  $W, p, \Delta$  değerlerine erişemez. Onların yerine  $\hat{W}, \hat{p}, \hat{\Delta}$  kestirimlerini kullanır ve kendi üyelik vektörünü  $\hat{\phi} \triangleq \phi(\hat{p}, \hat{\Delta}, \zeta)$  olarak hesaplar. Merkez ve genişlikler de uyarlandığından,  $\phi$  bu parametrelere doğrusal olmayan biçimde bağlıdır. Analizde bu bağımlılığı ele almak için  $(\hat{p}, \hat{\Delta})$  çevresinde birinci dereceden Taylor açılımı kullanılır:

$$\tilde{\phi} \triangleq \phi - \hat{\phi} = \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial p} \tilde{p} + \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \Delta} \tilde{\Delta} + \xi, \quad (4)$$

burada  $\xi$  yüksek dereceden kalan terim,  $\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial p}$  ve  $\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \Delta}$  ise  $\hat{\phi}$ 'nin merkezlere ve genişliklere göre Jacobian'larıdır. Bu iki Jacobian matrisi, ilerideki uyarlama yasalarında merkez ve genişlik güncellemelerini yönlendiren niceliklerdir.

**Varsayım 4.** Üyelik değerleri ve bunların parametre gradyanları yapıları gereği sınırlıdır:  $\|\hat{\phi}\| \leq \bar{\phi}$ ,  $\left\| \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial p} \right\| \leq \bar{\phi}_p$ ,  $\left\| \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \Delta} \right\| \leq \bar{\phi}_\Delta$ , ve ideal sabitler  $\|W\| \leq \bar{W}$ ,  $\|p\| \leq \bar{p}$ ,  $\|\Delta\| \leq \bar{\Delta}$  eşitsizliklerini sağlar. Ayrıca, [24]'daki yaklaşımı izleyerek, sınırlı çalışma bölgesi üzerinde  $a_0, \dots, a_4 \in \mathbb{R}_+$  bilinen sabitler seçilebilir ve kalan terimler aşağıdaki gibi sınırlanır:

$$\|r^T W^T \xi\| \leq (a_0 + a_1 \|\tilde{\Delta}\| + a_2 \|\tilde{p}\|) \|r\|, \quad (5)$$

$$\left| \Delta^T \left( \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \Delta} \right)^T \tilde{W} r \right| \leq a_3 \|\tilde{W}\| \|r\|, \quad (6)$$

$$\left| p^T \left( \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial p} \right)^T \tilde{W} r \right| \leq a_4 \|\tilde{W}\| \|r\|, \quad (7)$$

burada  $r \in \mathbb{R}^n$ , Bölüm 3'te tanıtılan yardımcı hatadır. Projeksiyon operatörü  $\tilde{W}, \hat{\Delta}, \hat{p}$ 'yi bilinen sınırlı bölgeler içinde tutar. Bu durum, sabit ideallerle birlikte (5)–(7)'yi iyi tanımlı kılar.

### 3. Hata Sistemi ve Denetleyici Tasarımı

Bu bölümde hata sinyalleri ve denetleyici tasarlanmaktadır. Tasarımın iki pratik özelliği baştan belirtilmelidir: her örnekleme anında ters kinematik çözülmemekte ve manipülatör dinamiklerinin bilinmesi gerekmemektedir. Denetleyicinin kullandığı bilgiler yalnızca ölçülen eklem konumu ve hızı, bilinen kinematik ve bilinen gecikmedir. Tasarımın üç hedefi vardır.

1. *İzleme hedefi:* uç işlevcinin konumu  $x$ , gecikmeye rağmen görev-uzayı referansı  $x_d$ 'yi izlemelidir.
2. *Gecikme telafisi hedefi:* gecikmeli denetim girişi, gecikmenin bilinmesinden yararlanılarak açık çevrim hata sisteminde çıkarılmalı. Böylece analiz gecikmesiz bir hata sistemi üzerinde yürütülebilmelidir.
3. *Yaklaşım hedefi:* bilinmeyen dinamikleri toplayan  $f_d$  fonksiyonu, kalıcı uyarım koşulu aranmadan, kendi kendini uyarlayan bulanık sistem tarafından çevrimiçi öğrenilmelidir.

### 3.1. Hata Sinyallerinin Tasarımı

İzleme hedefini niceleyen görev-uzayı hatası  $e \in \mathbb{R}^n$

$$e \triangleq x_d - x. \quad (8)$$

biçiminde tanımlanır. Tasarımın çekirdeği ise yardımcı (filtrelenmiş) hata sinyalıdır:

$$r \triangleq J^{-1}(\dot{x}_d + ae) - \dot{q} - e_u - u, \quad (9)$$

Bu tanım şu şekilde yorumlanabilir:  $J^{-1}(\dot{x}_d + ae)$  terimi, hatayı  $a$  oranında sönümleyecek *istenen* eklem hızıdır. Ondan gerçek hız  $\dot{q}$  çıkarılır. Kalan iki terim,  $e_u$  ve  $u$ , gecikme telafisi için eklenmiştir. Burada  $e_u$  (11)'de tanımlanacak,  $u$  ise (17) ile üretilen denetim giriştir. Bu tanımlarda  $e, r, e_u, u \in \mathbb{R}^n$  olup  $\alpha = \text{diag}(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$  köşegen elemanları pozitif bir kazanç matrisidir. Yardımcı hata tanımına (9)'da soldan  $J$  ile çarpılıp (2) ve (8) kullanılırsa, izleme hatasının kapalı çevrim dinamiği

$$\dot{e} = -ae + Jr + Je_u + Ju. \quad (10)$$

olarak elde edilir. Buradaki ilk terim istenen üstel sönümü sağlar. Kalan üç terim ise  $r, e_u$  ve  $u$  küçük tutulduğu ölçüde küçük kalır. Analizin geri kalanı, tam olarak bu üç niceliği sınırlamaya ayrılmıştır.

Gecikmenin bilinmesi, telafi teriminin *gerçek* geçmiş denetim değerleriyle kurulmasına izin verir:

$$e_u \triangleq \int_{t-\tau}^t e^{\alpha_u(\xi-t)} u(\xi) d\xi, \quad (11)$$

burada  $\alpha_u \in \mathbb{R}_+$  telafi kazancıdır. Durum  $e_u$ , son  $\tau$  saniyede uygulanan girişlerin üstel ağırlıklı bir ortalamasıdır. Üstel ağırlık, uzak geçmişin etkisini azaltır. Leibniz kuralıyla türevi alınır

$$\dot{e}_u = -\alpha_u e_u + u - e^{-\alpha_u \tau} u(t - \tau). \quad (12)$$

elde edilir. Bu ifadenin işlevi şudur: sağ taraftaki  $-e^{-\alpha_u \tau} u(t - \tau)$  terimi, sistemin (1)'deki gecikmeli girişiyle birleşecek ve gecikmeli girişin hata sistemindeki etkisini bilinen, sınırlı tek bir terime indirgeyecektir. Başka bir deyişle  $e_u$ , gecikmeli giriş hata denklemlerinden temizlemek için özel olarak tasarlanmış bir durumdur.

### 3.2. Açık Çevrim Hata Dinamiği

Yardımcı hata tanımı (9)'un zamana göre türevi  $M$  ile çarpılır ve (1)'deki dinamikler ve (12)'deki telafi türevi yerine konur. Özellik 2'deki ters simetri kullanılırsa  $r$ 'nin açık çevrim dinamiği

$$M\dot{r} = f_d - Cr + \Pi - Mu - M\dot{u} - \varepsilon_1 u(t - \tau), \quad (13)$$

olur. Burada üç yeni nicelik tanımlanmıştır. Birincisi, denetleyicinin bilmediği her şeyi tek bir fonksiyonda toplayan

$$f_d \triangleq M \frac{d}{dt} \{J^{-1}(\dot{x}_d + ae)\} + C J^{-1}(\dot{x}_d + ae) + G + F\dot{q}, \quad (14)$$

terimidir. Bu, (3)'te bulanık ağ tarafından yaklaşıtırlacak olan fonksiyondur ve yalnızca ölçülebilir  $\zeta$  sinyaline bağlıdır. İkincisi, telafi terimi ile Coriolis matrisinin etkileşiminden doğan

$$\Pi \triangleq M\alpha_u e_u - C e_u - C u, \quad (15)$$

yardımcı terimdir. Üçüncüsü ise gecikmeli girişin önündeki

$$\varepsilon_1 \triangleq I_n - e^{-\alpha_u \tau} M. \quad (16)$$

ağırlık matrisidir. Varsayım 1 ve Özellik 1 gereğince bu terimler sınırlı çalışma bölgesinde sınırlıdır:  $\|\Pi\| \leq (m_2 \alpha_u + \bar{C}_D) \|e_u\| + \bar{C}_D \|u\|$ , burada  $\bar{C}_D$  Coriolis matrisi üzerindeki

norm sınırdır. Matris  $\varepsilon_1$  simetrik olduğundan  $\|\varepsilon_1\| \leq \bar{\varepsilon}_1 \triangleq \max\{|1 - e^{-a_u \tau} m_1|, |1 - e^{-a_u \tau} m_2|\}$  yazılabilir. Bu özdeğer,  $\bar{\varepsilon}_1$  nihai sınıra karesel girdiğinden, daha kaba olan  $1 + e^{-a_u \tau} m_2$  sınırına tercih edilir.

**Açıklama 1.** Açık çevrim hata dinamiği (13)'ün kilit özelliği, içinde gecikme uyumsuzluğuna bağlı hiçbir terim bulunmamasıdır. Telif terimi (11) gerçek gecikmeyi kullanarak kurulduğundan, gecikmeli girişin hata sistemine katkısı tek bir bilinen ağırlıkla temsil edilir ve  $\varepsilon_1$  katsayısı tamamen bilinmektedir. Bu durumda (13)'te kalan tek gecikmeli nicelik, Bölüm 4'te LK fonksiyoneliyle ele alınacak olan  $\varepsilon_1 u(t - \tau)$  terimidir.

### 3.3. Denetim Yasası ve Uyarlama Yasalarının Tasarımı

Bölüm 4'teki analize dayanarak, denetim girişi doğrudan bir cebirsel ifadeyle değil, filtrelenmiş bir yasayla üretilir:

$$\dot{u} = -(k_u + I_n)u + kr + e^{-a_u \tau} \hat{W}^T \hat{\phi}, \quad (17)$$

burada  $k = \text{diag}(k_1, \dots, k_n)$  ve  $k_u = \text{diag}(k_{u,1}, \dots, k_{u,n})$  köşegen elemanları pozitif kazanç matrisleridir. Köşegen yapı her görev-uzay eksenine ayrı bir kazanç atanmasına izin verir. Eksenler ne atalet ne de gecikme payı bakımından eşdeğer olduğundan bu serbestlik tasarımda anlamlıdır. Girdiler yine de birbirinden bağımsız seçilemez: izin verilen ayrışmayı Bölüm 4'teki  $\kappa > 0$  koşulu sınırlamaktadır. Sağ taraftaki üç terimin işlevi ayrıdır:  $-(k_u + I_n)u$  girişi kendi başına sönümler,  $kr$  geri besleme düzeltilmesidir ve  $e^{-a_u \tau} \hat{W}^T \hat{\phi}$  ise bulanık ağırlık ürettiği ileri besleme, yani öğrenilen dinamiklerin karşılanmasıdır. Öndeki  $e^{-a_u \tau}$  ağırlığı rastgele seçilmemiştir. Bu ağırlık, (16)'daki gecikme ağırlıklandırma matrisiyle uyumlu olacak biçimde belirlenmiştir ve kapalı çevrimde tam da bu uyum sayesinde bulanık terim ile  $f_d$  birbirini götürecektir. Bulanık sistemin üç parametre grubu, sönümlenmesi  $\|r\|$  ile ölçeklenen e-modifikasyon yasalarıyla güncellenir. Düzgün projeksiyon operatörü  $\text{Proj}\{\cdot\}$  [30] kestirimleri önceden bilinen sınırlı bölgelerde tutar:

$$\begin{aligned} \hat{W} &= \text{Proj}\{\Gamma_W \hat{\phi} r^T - \Gamma_W \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \Delta} \hat{\Delta} r^T \\ &\quad - \Gamma_W \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{p}} \hat{p} r^T - k_W \|r\| \Gamma_W \hat{W}\}, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\hat{\Delta} = \text{Proj}\{\Gamma_\Delta (\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \Delta})^T \hat{W} r - k_\Delta \|r\| \Gamma_\Delta \hat{\Delta}\}, \quad (19)$$

$$\hat{p} = \text{Proj}\{\Gamma_p (\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{p}})^T \hat{W} r - k_p \|r\| \Gamma_p \hat{p}\}, \quad (20)$$

burada  $\Gamma_W, \Gamma_\Delta \in \mathbb{R}^{a \times a}$  ve  $\Gamma_p \in \mathbb{R}^{5an \times 5an}$  simetrik pozitif tanımlı uyarlama kazanç matrisleri,  $k_W, k_\Delta, k_p > 0$  ise sönümlenme kazançlarıdır. Ağırlık uyarlama yasası (18)'deki ilk terim standart gradyan güncellemesidir. Onu izleyen iki terim, merkez ve genişliklerin de uyarlanmasından kaynaklanan (4)'teki çapraz etkileri dengelemek için eklenmiştir. Sönümlenme terimleri ise parametrelerin zamanla sürüklenmesini engeller.

### 3.4. Kapalı Çevrim Hata Dinamiği

Denetim yasası (17) ve bulanık gösterim (3), açık çevrim (13)'te yerine konur. Burada  $Me^{-a_u \tau} = I_n - \varepsilon_1$  özdeşliği ile  $W^T \hat{\phi} - \hat{W}^T \hat{\phi} = \hat{W}^T \hat{\phi} + W^T \hat{\phi}$  ayrıştırması kullanıldığında kapalı çevrim

$$\begin{aligned} M\dot{r} &= -Cr - Mkr + \hat{W}^T \hat{\phi} + W^T \hat{\phi} + \varepsilon + Mk_u u \\ &\quad + \varepsilon_1 \hat{W}^T \hat{\phi} + \Pi - \varepsilon_1 u(t - \tau). \end{aligned} \quad (21)$$

olarak bulunur. Bu denklem, nihai hatanın üç kaynağını açıkça göstermektedir: bulanık yaklaşımın kendi hatası  $\hat{W}^T \hat{\phi} + W^T \hat{\phi} + \varepsilon$ , telafiden artakalan  $\varepsilon_1 \hat{W}^T \hat{\phi}$  terimi ve gecikmeli giriş  $\varepsilon_1 u(t - \tau)$ . Son iki terim, bir sonraki bölümde kurulacak LK yapısıyla sınırlandırılacaktır.

## 4. Kararlılık Analizi

Kararlılık analizinde üç hata sinyali tek bir vektörde toplanır:

$$z \triangleq [e^T, r^T, u^T]^T \in \mathbb{R}^{3n}. \quad (22)$$

Burada  $\underline{a}$ ,  $\underline{k}$  ve  $\underline{k}_u$  sırasıyla  $a$ ,  $k$  ve  $k_u$ 'nın en küçük özdeğerleridir. Denetim kazancı hata dinamiğine  $Mk$  çarpımı üzerinden girdiğinden, aşağıdaki skaler nicelik tanımlanır:

$$\kappa \triangleq \lambda_{\min}\left(\frac{1}{2}(Mk + kM)\right) > 0. \quad (23)$$

Bu tanımın nedeni şudur: analizde  $r^T Mkr$  biçiminde bir terim ortaya çıkar ve bir karesel form yalnızca kendi bakışımı parçasını görür,

$$r^T Mkr = r^T \frac{1}{2}(Mk + kM)r \geq \kappa \|r\|^2. \quad (24)$$

Burada  $M$  ve  $k$  ayrı ayrı simetrik olsa da çarpımları genel olarak simetrik değildir. Bu nedenle gecikmesiz tasarımlarda sıkça kullanılan  $\kappa \geq m_1 \underline{k}$  eşitsizliği burada her zaman geçerli değildir.

Kazanc matrisi ölçekli birim seçildiğinde, yani  $k = k_0 I_n$  için çarpım simetrik olur ve

$$\kappa = k_0 m_1 \quad (25)$$

bulunur. Kazançla doğrusal ölçekleme korunur. Köşegen ama eşit olmayan girdilerde pozitiflik kendiliğinden gelmez. Kazanc

$$k = \underline{k} I_n + \Delta k, \quad \|\Delta k\| = \lambda_{\max}(k) - \underline{k} \quad (26)$$

biçiminde ayrıştırılırsa

$$\kappa \geq m_1 \underline{k} - m_2 \|\Delta k\| \quad (27)$$

yazılır ve buradan  $\kappa > 0$  için yeterli koşul

$$\frac{\lambda_{\max}(k) - \underline{k}}{\underline{k}} < \frac{m_1}{m_2} \quad (28)$$

elde edilir: köşegen girdiler arasındaki bağıl yayılım, atalet matrisinin koşul sayısının tersiyle sınırlıdır. Bu koşul yalnızca yeterlidir.

Analizde şu bileşik Lyapunov–Krasovskii fonksiyoneli kullanılır:

$$V \triangleq V_z + V_b + Q_1 + Q_2, \quad (29)$$

burada hata sinyalleri, bulanık parametre hataları ve gecikme penceresine ilişkin terimler sırasıyla

$$V_z \triangleq \frac{1}{2} e^T e + \frac{\gamma_2}{2} u^T u + \frac{1}{2} r^T M r, \quad (30)$$

$$V_b \triangleq \frac{1}{2} \text{tr}\{\hat{W}^T \Gamma_W^{-1} \hat{W}\} + \frac{1}{2} \tilde{\Delta}^T \Gamma_\Delta^{-1} \tilde{\Delta} + \frac{1}{2} \hat{p}^T \Gamma_p^{-1} \hat{p}, \quad (31)$$

$$Q_1 \triangleq c_1 \int_{t-\tau}^t \|u(\theta)\|^2 d\theta, \quad (32)$$

$$Q_2 \triangleq c_2 \int_{t-\tau}^t \int_s^t \|u(\theta)\|^2 d\theta ds \quad (33)$$

olarak tanımlanır ve  $\gamma_2, c_1, c_2 \in \mathbb{R}_+$  sabitlerdir. Fonksiyonelin üç işlevi vardır. Denklem (30) hata vektörü  $z$ 'nin karesel büyüklüğünü ölçer. Denklem (31) bulanık parametre hatalarının büyüklüğünü ölçer. Türevi alındığında uyarlama yasaları ortaya çıkar. Denklem (32) ile (33) Lyapunov–Krasovskii terimleridir. Bu iki terim,  $[t - \tau, t]$  aralığında

uygulanan girişin karesinin integralini tutar. Amaçları, (21)'de kalan  $\varepsilon_1 u(t - \tau)$  gecikmeli terimini karşılamaktır. Lyapunov–Krasovskii terimleri  $Q_1, Q_2 \geq 0$  olduğundan ve parametre hataları projeksiyon nedeniyle sınırlı kaldığından

$$\lambda_L \|z\|^2 \leq V \leq \lambda_U \|z\|^2 + \varpi, \quad (34)$$

$$\|z_t\| \triangleq \sup_{\theta \in [t-\tau, t]} \|z(\theta)\|, \quad (35)$$

yazılabilir. Skaler sınır sabitleri

$$\lambda_L \triangleq \frac{1}{2} \min\{1, \gamma_2, m_1\}, \quad (36)$$

$$\lambda_U \triangleq \frac{1}{2} \max\{1, \gamma_2, m_2\} + c_1 \tau + \frac{1}{2} c_2 \tau^2 \quad (37)$$

biçimindedir. Üst sınırdaki anlık norm yerine gecikme penceresi üzerindeki üstünlük normunun kullanılması zorunludur:  $Q_1$  ve  $Q_2$ , anlık  $z(t)$ 'nin değil,  $u$ 'nun geçmişinin fonksiyonelleridir ve

$$\begin{aligned} Q_1 &\leq c_1 \tau \sup_{\theta \in [t-\tau, t]} \|u(\theta)\|^2, \\ Q_2 &\leq \frac{1}{2} c_2 \tau^2 \sup_{\theta \in [t-\tau, t]} \|u(\theta)\|^2 \end{aligned} \quad (38)$$

sağlanır. Son olarak  $\varpi \in \mathbb{R}_+ \cup \{0\}$ , projeksiyon kümesinde parametre hatalarını sınırlayan sabittir.

Kendi kendini uyarlayan bulanık mantık tabanlı sistemde uyarlanan üç parametre grubu  $\dot{V}$ 'de çok sayıda terim üretir. Aşağıdaki lemma bu terimleri toparlar ve hepsinin, kazançlarla ayarlanabilen tek bir  $\gamma$  sabiti ile  $\gamma \|r\|$  biçiminde sınırlanabileceğini gösterir. Bu, standart kendi kendini uyarlayan bulanık mantık tabanlı sisteminin kararlılık analizini kolaylaştırmak için gerekli bir özetir.

**Lemma 1.** Varsayım 4 altında, uyarlama yasaları (18)–(20) kullanıldığında,  $\dot{V}$  içinde (31) ile tanımlanan parametre hatalarının türevi ile bulanık yaklaşım hatasının  $r^T$  ile çarpılan katkısı birlikte

$$\dot{V}_b + r^T (\tilde{W}^T \hat{\Phi} + W^T \tilde{\Phi} + \epsilon) \leq \gamma \|r\| \quad (39)$$

eşitsizliğini sağlar; burada

$$\begin{aligned} \gamma &\triangleq a_0 + \bar{\epsilon} + \frac{(a_3 + a_4 + k_W \bar{W})^2}{4k_W} \\ &\quad + \frac{(a_1 + k_\Delta \bar{\Delta})^2}{4k_\Delta} + \frac{(a_2 + k_p \bar{p})^2}{4k_p}. \end{aligned} \quad (40)$$

Skaler sabit  $\gamma \in \mathbb{R}_+$ , sönümleme kazançları üzerinden  $k_W = (a_3 + a_4)/\bar{W}$ ,  $k_\Delta = a_1/\bar{\Delta}$ ,  $k_p = a_2/\bar{p}$  seçiminde en küçük değerini alır. Bu seçim  $\gamma_{\min} = a_0 + \bar{\epsilon} + (a_3 + a_4)\bar{W} + a_1\bar{\Delta} + a_2\bar{p}$ 'yi verir.

*İspat.* İdeal ağırlık ve üyelik parametreleri sabit olduğundan parametre hatalarının türevleri

$$\dot{\tilde{W}} = -\dot{\hat{W}}, \quad \dot{\tilde{\Delta}} = -\dot{\hat{\Delta}}, \quad \dot{\tilde{p}} = -\dot{\hat{p}} \quad (41)$$

biçimindedir. Denklem (31) ile tanımlanan  $V_b$ 'nin türevi alınıp (41) kullanıldığında

$$\dot{V}_b = -\text{tr}\{\tilde{W}^T \Gamma_W^{-1} \dot{\tilde{W}}\} - \tilde{\Delta}^T \Gamma_\Delta^{-1} \dot{\tilde{\Delta}} - \tilde{p}^T \Gamma_p^{-1} \dot{\tilde{p}} \quad (42)$$

elde edilir. Kapalı çevrim dinamiği (21),  $r^T M \dot{r}$  üzerinden  $\dot{V}_z$ 'ye bulanık yaklaşım hatasını taşır; bulanık gösterim (3) ile bu katkı

$$r^T (\tilde{W}^T \hat{\Phi} + W^T \tilde{\Phi} + \epsilon) \quad (43)$$

biçimindedir. Denklem (42) ile (43) toplandığında,  $\dot{V}$  içindeki bulanık yaklaşım ve uyarlamadan doğan bütün terimler

$$\begin{aligned} \dot{V}_b + r^T (\tilde{W}^T \hat{\Phi} + W^T \tilde{\Phi} + \epsilon) &= r^T (\tilde{W}^T \hat{\Phi} + W^T \tilde{\Phi} + \epsilon) \\ &\quad - \text{tr}\{\tilde{W}^T \Gamma_W^{-1} \dot{\tilde{W}}\} - \tilde{\Delta}^T \Gamma_\Delta^{-1} \dot{\tilde{\Delta}} - \tilde{p}^T \Gamma_p^{-1} \dot{\tilde{p}} \end{aligned} \quad (44)$$

toplamında birikir. Bu toplam, (39) ile verilen eşitsizliğin sol tarafıdır. Birinci dereceden açılım (4),  $W^T \tilde{\Phi}$  yerine konur:

$$W^T \tilde{\Phi} = W^T \left( \frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial \Delta} \tilde{\Delta} + \frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial p} \tilde{p} \right) + W^T \xi, \quad (45)$$

burada  $\xi \in \mathbb{R}^n$  birinci dereceden açılımdan artan yüksek dereceli terimlerdir. Ardından uyarlama yasaları (18)–(20), (44)'e yerleştirilir; projeksiyon operatörü kendi katkısını negatif tuttuğundan yalnızca yasaların sönümlemesiz kısmı hesaba katılır. Gradyan güncellemesinden gelen terim (44)'ün ilk terimiyle birebir sadeleşir:

$$-\text{tr}\{\tilde{W}^T \Gamma_W^{-1} \Gamma_W \hat{\Phi} r^T\} + r^T \tilde{W}^T \hat{\Phi} = 0. \quad (46)$$

Aynı biçimde ağırlık yasasındaki düzeltme terimleri, (45)'in  $\tilde{\Delta}$  ve  $\tilde{p}$  içeren kısımlarını yok eder:

$$\begin{aligned} -\text{tr}\{\tilde{W}^T \frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial \Delta} \hat{\Delta} r^T\} - \text{tr}\{\tilde{W}^T \frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial p} \hat{p} r^T\} \\ + r^T W^T \left( \frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial \Delta} \tilde{\Delta} + \frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial p} \tilde{p} \right) = 0. \end{aligned} \quad (47)$$

Sadeleştirmelerden sonra bu toplam, yalnızca ideal değerleri ve sönümlemeleri taşıyan

$$\begin{aligned} r^T W^T \xi + r^T \epsilon + \Delta^T \left( \frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial \Delta} \right)^T \tilde{W} r + p^T \left( \frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial p} \right)^T \tilde{W} r \\ + k_W \|r\| \text{tr}\{\tilde{W}^T \tilde{W}\} + k_\Delta \|r\| \tilde{\Delta}^T \tilde{\Delta} + k_p \|r\| \tilde{p}^T \tilde{p} \end{aligned} \quad (48)$$

ifadesine indirgenir. Kalan terimler tek tek sınırlanır. Yüksek dereceli terimlerin sınırı (5) ve  $\|\epsilon\| \leq \bar{\epsilon}$  ile

$$\begin{aligned} |r^T W^T \xi + r^T \epsilon| \\ \leq (a_0 + \bar{\epsilon} + a_1 \|\tilde{\Delta}\| + a_2 \|\tilde{p}\|) \|r\|, \end{aligned} \quad (49)$$

türev sınırları (6) ve (7) ile

$$\begin{aligned} \left| \Delta^T \left( \frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial \Delta} \right)^T \tilde{W} r + p^T \left( \frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial p} \right)^T \tilde{W} r \right| \\ \leq (a_3 + a_4) \|\tilde{W}\| \|r\| \end{aligned} \quad (50)$$

elde edilir. Sönümleme terimleri için  $\hat{\bullet} = \bullet - \bar{\bullet}$  konulduğunda ağırlık sönümlemesi

$$\begin{aligned} k_W \|r\| \text{tr}\{\tilde{W}^T \tilde{W}\} &= k_W \|r\| \left( \text{tr}\{\tilde{W}^T W\} - \|\tilde{W}\|^2 \right) \\ &\leq k_W \|r\| \left( \bar{W} \|\tilde{W}\| - \|\tilde{W}\|^2 \right) \end{aligned} \quad (51)$$

biçimini alır. Aynı sönümleme yapısı  $\tilde{\Delta}$  ve  $\tilde{p}$  sönümlemeleri için de geçerlidir. Eşitsizlikler (49)–(51) bir araya getirilip ortak  $\|r\|$  çarpanı dışarı alındığında,  $\bullet \in \{W, \Delta, p\}$  için her parametre grubu

$$\begin{aligned} -k_\bullet \|\bullet\|^2 + (c_\bullet + k_\bullet \bar{\bullet}) \|\bullet\|, \\ c_W = a_3 + a_4, \quad c_\Delta = a_1, \quad c_p = a_2 \end{aligned} \quad (52)$$

ifadesine indirgenir. İfade (52),  $\|\bullet\|$  değişkeninde aşağı doğru açılan bir parabol olduğundan parametre hatasından bağımsız bir üst sınıra sahiptir:

$$\max_{\|\bullet\| \geq 0} \{-k_\bullet \|\bullet\|^2 + (c_\bullet + k_\bullet \bar{\bullet}) \|\bullet\|\} = \frac{(c_\bullet + k_\bullet \bar{\bullet})^2}{4k_\bullet}. \quad (53)$$

Üç grubun (53) değerleri  $a_0 + \bar{\epsilon}$  ile toplandığında (39) ve (40) elde edilir. Son olarak (40) içindeki her parantez  $k_\bullet$  üzerinden en küçükleir. Türevin sıfırlanması, yani  $\partial[(c_\bullet + k_\bullet \bar{\bullet})^2 / (4k_\bullet)] / \partial k_\bullet = 0$  koşulundan

$$k_W = \frac{a_3 + a_4}{\bar{W}}, \quad k_\Delta = \frac{a_1}{\bar{\Delta}}, \quad k_p = \frac{a_2}{\bar{p}} \quad (54)$$

bulunur ve bu seçim  $\gamma_{\min}$  değerini verir. □

**Teorem 1.** Bilinen sabit giriş gecikmesi altında (1) ile verilen dinamikler ve Varsayımlar 1–4 göz önüne alınsın. Bu durumda (17) denetleyicisi, (11) telafi terimi ve (18)–(20) uyarlama yasaları, tüm kapalı çevrim sinyallerinin sınırlı kalmasını ve görev-uzayı izleme hatasının

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \|e(t)\| \leq \sqrt{\frac{1}{\lambda_L} \left( \frac{\lambda_{UC}}{\lambda} + \varpi \right)} \quad (55)$$

anlamında yarı-global düzgün nihai sınırlı olmasını sağlar; bunun için Lyapunov–Krasovskii kazançlarının

$$c_1 \geq \frac{3\bar{e}_1^2}{\kappa}, \quad c_2 \geq \left[ \frac{3\bar{f}^2}{2\alpha} + \frac{3(m_2\alpha_u + \bar{c}_D)^2}{\kappa} \right] \alpha_u^{-1} \quad (56)$$

koşullarını, denetim kazançlarının ise başlangıç koşullarına göre yeterince büyük seçilerek

$$\begin{aligned} \kappa &> \frac{3\bar{f}^2}{\alpha}, \\ \frac{3}{4}\gamma_2(\underline{k}_u + 1) &> \frac{3\bar{f}^2}{2\alpha} + c_1 + c_2\tau \\ &+ \frac{3[(\gamma_2\bar{k})^2 + (m_2\bar{k}_u)^2 + \bar{c}_D^2]}{\kappa} \end{aligned} \quad (57)$$

yeterli koşullarını sağlaması gerekir. Burada  $\bar{k} \triangleq \|k\|$ ,  $\bar{k}_u \triangleq \|k_u\|$ , sınır sabiti

$$\varsigma \triangleq \frac{3\Gamma_r^2}{\kappa} + \frac{\gamma_2\bar{W}^2\bar{\phi}^2}{\underline{k}_u + 1}, \Gamma_r \triangleq \gamma + \bar{e}_1\bar{W}\bar{\phi} \quad (59)$$

ve yakınsama oranı

$$\begin{aligned} \lambda &\triangleq \min\{\lambda_e, \lambda_r, \lambda_u\}, \quad \lambda_e \triangleq \frac{\alpha}{2}, \quad \lambda_r \triangleq \frac{\kappa}{2} - \frac{3\bar{f}^2}{2\alpha}, \\ \lambda_u &\triangleq \frac{3}{4}\gamma_2(\underline{k}_u + 1) - \frac{3\bar{f}^2}{2\alpha} - c_1 - c_2\tau \\ &- \frac{3[(\gamma_2\bar{k})^2 + (m_2\bar{k}_u)^2 + \bar{c}_D^2]}{\kappa} \end{aligned} \quad (60)$$

olarak tanımlıdır; (57) ile (58) koşulları, sırasıyla  $\lambda_r > 0$  ve  $\lambda_u > 0$  koşullarına denktir.

İspatta kullanılan Young ağırlıkları serbest sabit değildir. Her biri negatif tanımlı terimlerdeki karesel payların sabit bir kesri olarak seçilmiştir: çapraz terimler  $\|e\|^2$  ve  $\|r\|^2$  paylarının yarısını, ileri besleme terimi  $\Xi_u$  ise kendi payının dörtte birini tüketir. Bu nedenle (56)–(58) yalnızca kazançlar, gecikme ve model sınırları ( $\bar{f}$ ,  $m_2$ ,  $\bar{c}_D$ ,  $\bar{e}_1$ ) cinsindendir.

Nihai sınırdaki  $\varpi$  terimi (31)’deki parametre hatalarından gelir. Projeksiyon operatörü bu hataları sınırlı tutar ancak sıfırlamaz. Bu nedenle (55) kazançlar büyütülerek keyfi biçimde küçültülemez. Buna karşılık kazanç ölçeklemesi ortalama-kare anlamında korunur. Bunu görmek için (74) ifadesi  $[0, T]$  aralığında integrali alınır:

$$V(T) - V(0) \leq -\lambda \int_0^T \|z\|^2 dt + \varsigma T. \quad (61)$$

Fonksiyonelin negatif olmaması, yani  $V(T) \geq 0$  kullanılarak integral terimi yalnız bırakılır:

$$\lambda \int_0^T \|z\|^2 dt \leq V(0) + \varsigma T. \quad (62)$$

Her iki taraf  $\lambda T$  ile bölündüğünde ortalama-kare değeri için

$$\frac{1}{T} \int_0^T \|z\|^2 dt \leq \frac{\varsigma}{\lambda} + \frac{V(0)}{\lambda T} \quad (63)$$

elde edilir. Sağdaki ikinci terim  $T \rightarrow \infty$  için sıfıra gittiğinden

$$\limsup_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \|z\|^2 dt \leq \frac{\varsigma}{\lambda} = \mathcal{O}(1/\kappa) \quad (64)$$

bulunur. Ortalama-kare sınırı  $\varpi$  içermez. Dolayısıyla kazançlar büyütüldükçe  $\varsigma$  ile birlikte küçülür.

İspat. (29) ile tanımlanan fonksiyonelin türevi alınır. Denklem (30)’un türevinde açık çevrim dinamiği (21), hata dinamiği (10) ve Özellik 2 yerine konur; ters simetri sayesinde

$$\frac{1}{2}r^T \dot{M}r - r^T Cr = 0 \quad (65)$$

sağlandığından Coriolis terimi düşer. Bulanık yaklaşım ve uyarlamadan doğan terimler Lemma 1 ile  $\gamma\|r\|$  içinde toplandığından, türevin Lyapunov–Krasovskii dışı kısmı

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq -e^T a e - \gamma_2 u^T (k_u + I_n) u - r^T M k r + \Gamma_r \|r\| \\ &+ \Xi_x + \Xi_{e_u} + \Xi_d + \Xi_u \end{aligned} \quad (66)$$

biçiminde sınırlanır. İlk üç terim negatif tanımlı terimlerdir. Kalan çapraz terimler

$$\begin{aligned} \Xi_x &\triangleq e^T J r + e^T J u + \gamma_2 u^T k r + r^T M k u, \\ \Xi_{e_u} &\triangleq e^T J e_u + r^T \Pi, \quad \Xi_d \triangleq -r^T \varepsilon_1 u(t - \tau), \\ \Xi_u &\triangleq \gamma_2 e^{-\alpha_u \tau} u^T \hat{W}^T \hat{\phi} \end{aligned} \quad (67)$$

olarak tanımlanır; bunlar skaler çapraz terimlerdir, yani  $\Xi_x, \Xi_{e_u}, \Xi_d, \Xi_u \in \mathbb{R}$ . Skaler  $\Gamma_r$ , bulanık sabit  $\gamma$  ile  $r^T \varepsilon_1 \hat{W}^T \hat{\phi}$  teriminden gelen  $\bar{e}_1 \bar{W} \bar{\phi}$  sınırını birleştirir. Geçmişe bağlı terimler ele alınır. Leibniz kuralı ile (32) ve (33)’ün türevleri

$$\begin{aligned} \dot{Q}_1 &= c_1 (\|u\|^2 - \|u(t - \tau)\|^2), \\ \dot{Q}_2 &= c_2 \left( \tau \|u\|^2 - \int_{t-\tau}^t \|u(\theta)\|^2 d\theta \right) \end{aligned} \quad (68)$$

biçimindedir. Durum çapraz terimlerine ve gecikmeli terime Young eşitsizliği, ağırlıklar serbest sabitler yerine negatif tanımlı terimlerdeki karesel payların sabit kesirleri olacak biçimde uygulanır:  $\|e\|^2$  payından ayrılan her parça  $\alpha/6$ ,  $\|r\|^2$  payından ayrılan her parça  $\kappa/12$  seçilir ve  $r^T \Pi$ ,  $\|\Pi\|$  üzerindeki üst sınır ile iki parçaya ayrılır. Böylece

$$\begin{aligned} e^T J r &\leq \frac{\alpha}{6} \|e\|^2 + \frac{3\bar{f}^2}{2\alpha} \|r\|^2, \\ e^T J u &\leq \frac{\alpha}{6} \|e\|^2 + \frac{3\bar{f}^2}{2\alpha} \|u\|^2, \\ e^T J e_u &\leq \frac{\alpha}{6} \|e\|^2 + \frac{3\bar{f}^2}{2\alpha} \|e_u\|^2, \\ \gamma_2 u^T k r &\leq \frac{\kappa}{12} \|r\|^2 + \frac{3(\gamma_2 \bar{k})^2}{\kappa} \|u\|^2, \\ r^T M k u &\leq \frac{\kappa}{12} \|r\|^2 + \frac{3(m_2 \bar{k}_u)^2}{\kappa} \|u\|^2, \\ r^T \Pi &\leq \frac{\kappa}{6} \|r\|^2 + \frac{3(m_2 \alpha_u + \bar{c}_D)^2}{\kappa} \|e_u\|^2 \\ &+ \frac{3\bar{c}_D^2}{\kappa} \|u\|^2, \\ \Xi_d &\leq \frac{\kappa}{12} \|r\|^2 + \frac{3\bar{e}_1^2}{\kappa} \|u(t - \tau)\|^2 \end{aligned} \quad (69)$$

elde edilir. Doğrusal terim ile  $\Xi_u$  için aynı kural ve  $e^{-\alpha_u \tau} \leq 1$  kullanıldığında

$$\begin{aligned} \Gamma_r \|r\| &\leq \frac{\kappa}{12} \|r\|^2 + \frac{3\Gamma_r^2}{\kappa}, \\ \Xi_u &\leq \frac{1}{4}\gamma_2(\underline{k}_u + 1) \|u\|^2 + \frac{\gamma_2 \bar{W}^2 \bar{\phi}^2}{\underline{k}_u + 1} \end{aligned} \quad (70)$$

elde edilir. Sağdaki iki sabit toplanarak (59)’daki  $\varsigma$  oluşur. Geçmişe bağlı terimler için (11) ile verilen ifadeye Cauchy–Schwarz eşitsizliği uygulanır:

$$\|e_u\|^2 \leq \alpha_u^{-1} \int_{t-\tau}^t \|u(\theta)\|^2 d\theta. \quad (71)$$

Bu bağıntı ve (56) seçimi ile, (69)’daki  $\|u(t - \tau)\|^2$  ve  $\|e_u\|^2$  katsayıları (68)’deki negatif karşılıkları tarafından söğürülür:

$$\begin{aligned} \frac{3\bar{e}_1^2}{\kappa} \|u(t - \tau)\|^2 - c_1 \|u(t - \tau)\|^2 &\leq 0, \\ \left[ \frac{3\bar{f}^2}{2\alpha} + \frac{3(m_2 \alpha_u + \bar{c}_D)^2}{\kappa} \right] \|e_u\|^2 &\end{aligned}$$

$$-c_2 \int_{t-\tau}^t \|u(\theta)\|^2 d\theta \leq 0. \quad (72)$$

Böylece geçmişe bağlı bütün terimler  $\dot{V}$ 'den giderilir ve geriye yalnızca  $c_1 + c_2\tau$  ile ölçeklenen  $\|u\|^2$  katsayıları kalır. Negatif tanımlı terimler ise

$$-e^T a e - \gamma_2 u^T (k_u + I_n) u - r^T M k r \\ \leq -\alpha \|e\|^2 - \gamma_2 (k_u + 1) \|u\|^2 - \kappa \|r\|^2 \quad (73)$$

biçiminde alt sınırlanır. Katsayılar terim terim toplanır:  $\|e\|^2$  payından ayrılan üç parça toplam  $\alpha/2$ 'yi,  $\|r\|^2$  payından ayrılan altı parça toplam  $\kappa/2$ 'yi tüketir; kalan sönümleme katsayıları (60)'taki  $\lambda_e, \lambda_r, \lambda_u$  bileşenleridir. Koşullar (57) ile (58) birlikte son iki bileşenin pozitifliğini sağladığından

$$\dot{V} \leq -\lambda \|z\|^2 + \varsigma \quad (74)$$

yazılabilir. Karşılaştırma lemması (74) ile (34)'teki alt sınıra birlikte uygulandığında

$$V(t) \leq V(0) e^{-\frac{\lambda}{\lambda_U} t} + \frac{\lambda_U}{\lambda} \varsigma \quad (75)$$

elde edilir. Alt sınır  $\lambda_L \|e\|^2 \leq V$  kullanılıp (75) üst limiti alındığında (55) elde edilir. Sinyallerin sınırlılığı (75)'ten başlayarak izlenir. Önce  $V \in \mathcal{L}_\infty$  ve (34) gereğince  $z \in \mathcal{L}_\infty$ , dolayısıyla  $e, r, u \in \mathcal{L}_\infty$  olur. Referans yörünge ve türevleri Varsayım 3 gereğince sınırlı olduğundan  $e \in \mathcal{L}_\infty$  ile  $x \in \mathcal{L}_\infty$  ve tekliklikten uzak çalışma bölgesinde  $q \in \mathcal{L}_\infty$  elde edilir. Buradan  $J$  ile  $J^{-1}$  sınırlıdır. Telfa durumu (11),  $u \in \mathcal{L}_\infty$  ile sürülen kararlı bir birinci mertbe filtre olduğundan  $e_u \in \mathcal{L}_\infty$  sağlanır. Filtrelenmiş hata tanımı (9) çözülerek  $\dot{q} \in \mathcal{L}_\infty$ , dolayısıyla  $\dot{x} = J\dot{q} \in \mathcal{L}_\infty$  bulunur. Projeksiyon operatörü  $\hat{W}, \hat{\Delta}, \hat{p}$  kestirimlerini sınırlı bölgelerde tuttuğundan  $\hat{\phi}$  ve  $\hat{W}^T \hat{\phi}$  sınırlıdır. Böylece (17)'den  $\dot{u} \in \mathcal{L}_\infty$  ve (11)'den  $\dot{e}_u \in \mathcal{L}_\infty$  çıkar. Uyarlama yasaları (18)–(20)'nin sağ tarafları sınırlı bileşenlerden oluştuğundan  $\hat{W}, \hat{\Delta}, \hat{p} \in \mathcal{L}_\infty$  olur. Son olarak  $M^{-1}$  Özellik 1 gereğince sınırlı olduğundan kapalı çevrim dinamiği (21)'den  $\dot{r} \in \mathcal{L}_\infty$  ve  $\dot{q} \in \mathcal{L}_\infty$  elde edilir. Böylece kapalı çevrimdeki tüm sinyaller sınırlıdır.  $\square$

## 5. Benzetim Çalışması

Önerilen denetleyici, düzlemde çalışan iki bağlantılı döner bir manipülatör üzerinde sayısal olarak sınanmıştır. Bu örnek, ele alınan sistem sınıfını somutlaştırmakta ve Özellik 1 ile 2'nin hangi parametrelerle sağlandığını göstermektedir. Analiz bu özel seçime bağlı değildir. Kısaltmalar  $s_2 \triangleq \sin q_2$  ve  $c_2 \triangleq \cos q_2$  ile model terimleri şöyledir [27]

$$M(q) = \begin{bmatrix} p_1 + p_2 + 2p_3 c_2 & p_2 + p_3 c_2 \\ p_2 + p_3 c_2 & p_2 \end{bmatrix}, \\ C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} -p_3 s_2 \dot{q}_2 & -p_3 s_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ p_3 s_2 \dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix}, \\ F = \begin{bmatrix} f_1 & 0 \\ 0 & f_2 \end{bmatrix}, \quad (76)$$

burada atalet parametreleri  $p_1 = m_1 \ell_{c1}^2 + m_2 \ell_1^2 + I_1$ ,  $p_2 = m_2 \ell_{c2}^2 + I_2$  ve  $p_3 = m_2 \ell_1 \ell_{c2}$  olup,  $m_i \in \mathbb{R}_+$ ,  $\ell_i \in \mathbb{R}_+$ ,  $\ell_{ci} \in \mathbb{R}_+$  ve  $I_i \in \mathbb{R}_+$  sırasıyla bağlantı kütleleri, uzunluğu, kütle-merkezi mesafesi ve atalet momentidir. Benzetimde bu parametreler  $p_1 = 3.31$ ,  $p_2 = 0.116$ ,  $p_3 = 0.16 \text{ kg m}^2$  ve  $f_1 = f_2 = 0.2 \text{ N m s}$  olarak alınmıştır. Bu değerlerle  $M(q)$  her konfigürasyonda pozitif tanımlı kalır ve Özellik 1 sağlanır. Özellik 2 ise modelin yapısı gereği zaten geçerlidir. Kol yatay düzlemde çalıştığı için yerçekimi vektörü sıfırdır.

Görev-uzay1 referansı

$x_d = [0.65 + 0.15(\cos 0.1t - 1), 0.25 + 0.05 \sin 0.2t]^T \text{ m}$  olarak seçilmiştir. Kapalı çevrim, gecikmeli giriş için doğrusal aradeğerlemeli sabit adımlı dördüncü mertbe Runge–Kutta yöntemiyle 1 ms adımla sayısal olarak çözülmüş; giriş gecikmesi için  $\tau \in \{10, 25, 50, 75, 100, 125, 150, 175\}$  ms değerleri ele alınmıştır. Başlangıçta uç işlevci referanstan 10 mm uzağa yerleştirilmiş, tüm denetleyici durumları sıfır alınmıştır:  $u(0) = 0$  ve  $e_u(0) = 0$ . Bulanık sistem 20 kuraldan oluşur. Merkezler  $\hat{p}(0)$  yalnızca bilinen referansın ideal izleme yörüngesi üzerinde yay uzunluğuna göre eşit aralıklarla yerleştirilmiş, genişlikler komşu merkezler arası ortalama uzaklığın iki katı olan  $\hat{\Delta}(0) = 2.18$  seçilmiş ve çıkış ağırlıkları  $\hat{W}(0) = 0$  ile başlatılmıştır. Böylece denetleyiciye hiçbir dinamik model bilgisi verilmemekte, kural merkezlerinin başlangıç koşulu tasarımı zaten bilinen referans yörüngesinden alınmıştır.

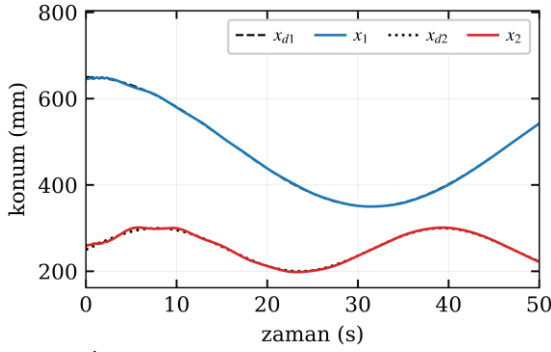
Ortak kazançlar  $k_u = \text{diag}(0.02, 0.02)$ ,  $\alpha_u = 0.4$ ; uyarlama kazançları  $\Gamma_W = 300 I_a$ ,  $\Gamma_p = \Gamma_\Delta = 3 \times 10^5 I$ ; sönümleme kazançları  $k_W = 10^{-4}$ ,  $k_p = k_\Delta = 10^{-6}$ ; projeksiyon kümeleri  $\|\hat{W}\|_\infty \leq 2$ ,  $\|\hat{p}\|_\infty \leq 3$ ,  $\hat{\Delta} \in [0.15, 12]^*$ 'dir. Gecikmeye bağlı  $(k, \alpha)$  seçimleri Tablo 1'de verilmiştir; her tasarım  $|e(0)| \leq 10 \text{ mm}$  başlangıç hatası için hesaplanmıştır.

Tablo 1. Kalıcı rejim izleme hatası (RMS, mm; son referans periyodu,  $|e(0)| = 10 \text{ mm}$ ). Sütun  $\Lambda = 0$ : aynı kazançlarla bulanık mantık tabanlı ileri besleme kaldırılmış;  $e_u \equiv 0$ : aynı kazançlarla gecikme telfa filtresi kaldırılmış.

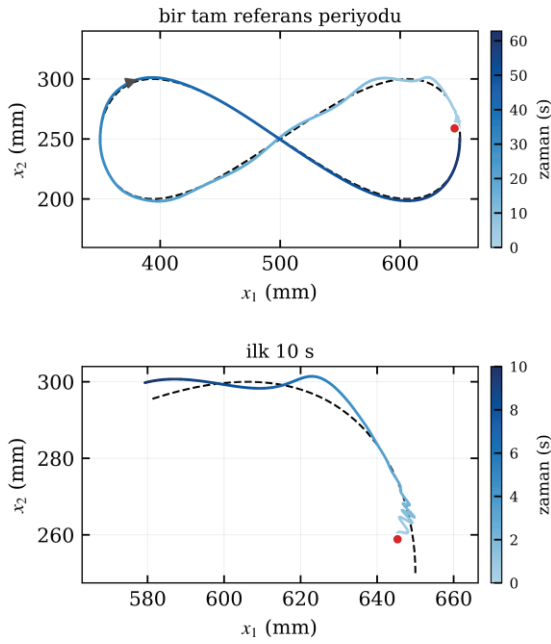
| $\tau$ (ms) | $k$      | $\alpha$  | önerilen | $\Lambda = 0$ | $e_u \equiv 0$ |
|-------------|----------|-----------|----------|---------------|----------------|
| 10          | (30, 40) | (24, 24)  | 0.31     | 0.32          | 0.31           |
| 25          | (30, 40) | (16, 16)  | 0.47     | 0.49          | 0.46           |
| 50          | (30, 30) | (12, 12)  | 0.64     | 0.67          | ıraksıyor      |
| 75          | (20, 30) | (8, 8)    | 1.00     | 1.05          | ıraksıyor      |
| 100         | (50, 23) | (6, 6)    | 1.37     | ıraksıyor     | ıraksıyor      |
| 125         | (40, 20) | (5, 6.65) | 1.38     | ıraksıyor     | ıraksıyor      |
| 150         | (30, 20) | (4, 5.32) | 1.77     | ıraksıyor     | ıraksıyor      |
| 175         | (60, 10) | (3, 3.99) | 2.43     | ıraksıyor     | ıraksıyor      |

Tablo 1 iki bileşenin rolünü aynı kazançlar altında ayırtmaktadır. Kısa gecikmelerde (10 ve 25 ms) her iki bileşen de kararlılık için gerekli değildir; katkıları gecikme büyüdükçe ortaya çıkar. Gecikme telfa filtresi  $e_u$ , 50 ms ve üzerindeki gecikmelerde kararlılığın ön koşuludur: kaldırıldığında çevrim yaklaşık on saniye içinde ıraksamaktadır. Bulanık ileri besleme ise 100 ms ve üzerinde ön koşul haline gelmekte, 50–75 ms'de ise izlemeyi iyileştirmenin yanında ideal ileri beslemenin çevrimiçi kurulmasını sağlamaktadır. Kalıcı rejim giriş enerjisi tüm durumlarda aynıdır (RMS  $\approx 0.016 \text{ N m}$ ); bulanık bileşen ilave bir tork maliyeti getirmemektedir.

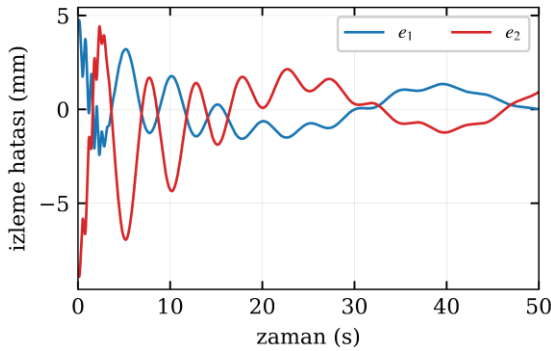
Şekil 1–5,  $\tau = 100 \text{ ms}$  için 50 s'lik koşuyu göstermektedir (Şekil 2 bir tam referans periyodunu kapsar). 10 mm'lik başlangıç hatası aşım yapmadan (tepe 10.1 mm) yaklaşık otuz saniyede 1.37 mm etkin değerli kalıcı banda inmekte (Şekil 3), denetim girişi 0.080 N m tepe değerinden düzgün biçimde sönmemektedir (Şekil 4). Sıfır ağırlıkla başlatılan bulanık ağ, ideal ileri beslemeyi ilk birkaç saniyede yakalamakta ve kalıcı rejimde yaklaşık %2 bağıl hatayla yeniden üretmektedir (Şekil 5).



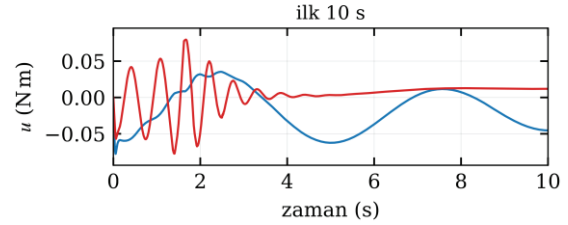
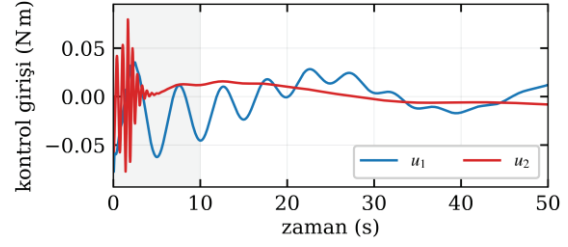
Şekil 1. İstenen ve gerçekleşen uç-işlevci konumu ( $\tau = 100$  ms).



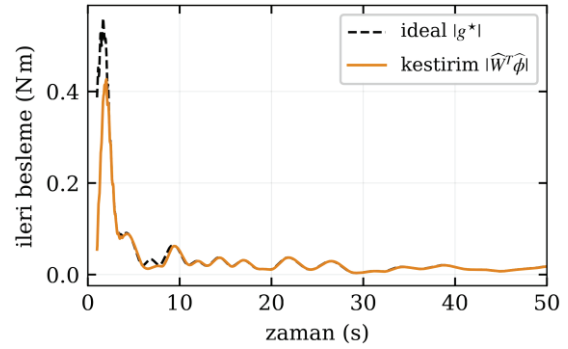
Şekil 2. Görev-uzayı düzleminde yörünge (bir tam referans periyodu); renk zamanı, kırmızı nokta başlangıç konumunu gösterir. Sağ panel, 10 mm'lik başlangıç sapmasının kapandığı ilk 10 s'yi yakınlaştırmaktadır.



Şekil 3. Görev-uzayı izleme hatası bileşenleri.



Şekil 4. Denetim girişleri; alt panel ilk 10 s'yi yakınlaştırmaktadır. Bu penceredeki yüksek frekanslı bileşen uyarlama geçici rejimidir ve kalıcı rejime taşmamaktadır.



Şekil 5. İdeal ileri besleme  $\|g^*\|$  ile bulanık ağırlık çevrimiçi kestirimi  $\|\hat{W}^T \hat{\phi}\|$  (1 s'lik kayan ortalama).

Son olarak, uyarlamanın değeri bir yük değişimi denemesiyle sınanmıştır: benzetim sırasında atalet parametreleri ( $p_1, p_2, p_3$ ) sırasıyla 1.15, 1.6 ve 1.6 katına çıkarıldığında, uyarlama etkinken kestirim hatası %2.3 düzeyinde kalmakta, parametreler dondurulduğunda ise %82'ye yükselmektedir. Uyarlama yasalarının işlevi tam olarak bu model bozulmasının çevrimiçi giderilmesidir.

**Açıklama 2.** Nihai sınırın (59)'daki yapısı, kazançların seçimi için doğrudan bir rehber verir. Gecikme bilindiğinden sınır sabiti  $\zeta$ , denetim kazancı  $\underline{k}$  büyüdükçe monoton azalan bir terim ile kazançtan bağımsız bir tabandan oluşur; dolayısıyla  $\underline{k}$ 'i büyütmek sınırı her zaman sıkılaştırır ve iç optimum ortaya çıkmaz. Telifi kazancı  $\alpha_u$  sınır sabitini belirleyen başlıca ayar parametresidir: büyüdükçe  $e^{-\alpha_u \tau} \rightarrow 0$  olur ve telifi kaynaklı terim küçülür, ancak aynı ağırlık ileri beslemeyi de zayıflattığından ölçülü seçilmelidir. Sönümleme kazançları  $k_W = (a_3 + a_4)/\bar{W}$ ,  $k_\Delta = a_1/\bar{\Delta}$ ,  $k_p = a_2/\bar{p}$  seçimiyle en küçük değerini alır ve aynı terimler parametre sürüklenmesini engeller. Kazançların ölçülen başarıma etkisi Bölüm 5'te sayısal olarak incelenmektedir.

Denetim kazancından  $\delta$  büyüklüğünde bir pay ayırmak yerine açık bir kazanç formülü tercih ediliyorsa, bulanık ve çapraz terimler, denetim yasasına (17) doğrusal olmayan sönümleme eklenerek, yani  $D_\phi = \|\hat{\phi}\|^2 + \left\| \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \Delta} \right\|^2 + \left\| \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \bar{p}} \right\|^2$  ile  $k_n D_\phi r$  eklenip bir kazanç  $K_r = \alpha_r + k_n(1 + \bar{W}^2(a_0^2 + a_1^2 +$

$a_2^2))I_n$  kullanılarak sınırlandırılabilir. Bu da bulanık kaynaklı sınır sabitini açık bir  $O(1/k_n)$  sabitine dönüştürür [28]. Gecikme bilindiğinden, bu yapıcı varyant, gecikme belirsiz olduğunda ortaya çıkan *gecikme kaynaklı bozulmadan etkilenmez*. Böylece iki tasarım yalnızca doğrusal olmayan sönümlemenin e-modifikasyona göre bilinen tutuculuğu bakımından farklıdır.

## 6. Sonuç

Bu çalışmada, denetim kanalı bilinen sabit bir giriş gecikmesi içeren  $n$ -bağlantılı robot manipülatörler için görev uzayında çalışan, kendi kendini uyarlayan bulanık mantık tabanlı bir denetleyici geliştirilmiştir. Yöntemin özü şudur: gecikme bilindiğinden, gerçek geçmiş denetim değerlerinin üstel ağırlıklı integrali bir durum olarak tanımlanmış ve hata sistemine gecikmesiz bir bileşen eklenmiştir. Bu sayede gecikmeli giriş, hata dinamiklerinden gecikme uyumsuzluğu terimi doğurmadan çıkarılmıştır. Bilinmeyen dinamikler ise ağırlıkları, üyelik merkezleri ve genişlikleri projeksiyonlu e-modifikasyon yasalarıyla uyarlanan bir bulanık ağ tarafından çevrimiçi yaklaşılmıştır. Lyapunov–Krasovskii terimleriyle genişletilmiş bileşik bir fonksiyonel kullanılarak izleme hatasının yarı-global düzgün nihai sınırlı olduğu kanıtlanmıştır. Elde edilen sınır, gecikme belirsizliğine bağlı hiçbir bileşen taşımamakta ve denetim kazancıyla monoton azalmaktadır. Telifi kazancı  $\alpha_u$  ise sınır sabitini belirleyen başlıca ayar parametresi olarak öne çıkmaktadır. Sayısal çalışma bu çözümlemeyi desteklemektedir: 10–175 ms gecikme aralığında denetleyici, 10 mm’lik başlangıç hatasını 0.3–2.4 mm düzeyine indirmekte, bulanık ağ ise sıfır ağırlıkla başlatılmasına karşın ideal ileri beslemeyi birkaç yüzde bağlı hatayla yeniden üretmektedir. Gecikme telifi teriminin 50 ms, bulanık mantık tabanlı ileri beslemenin ise 100 ms ve üzerinde kararlılık için gerekli olduğu, uyarlamanın ise model değiştiğinde kestirimi geçerli tuttuğu ayrıca gösterilmiştir. Deneysel doğrulama ve yarı-global sınırlı-bölge gereksiniminin gevşetilmesi, gelecekteki çalışmaların doğal yönlerini oluşturmaktadır.

## Beyanlar

Yazar, herhangi bir çıkar çatışması olmadığını beyan eder.

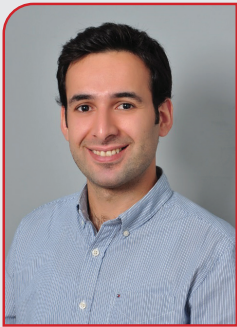
## Kaynaklar

- [1] M. W. Spong, “An historical perspective on the control of robotic manipulators”, *Annual Review of Control, Robotics, and Autonomous Systems*, Cilt 5, Sayı 1, ss. 1–31, 2022.
- [2] A. Izadbakhsh, ve S. Khorashadizadeh, “Robust adaptive control of robot manipulators using bernstein polynomials as universal approximator”, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Cilt 30, Sayı 7, ss. 2719–2735, 2020.
- [3] L. Sciavicco, ve B. Siciliano, *Modelling and control of robot manipulators*, Springer Science & Business Media, 2012.
- [4] B. Xian, M. de Queiroz, D. Dawson, ve I. Walker, “Task-space tracking control of redundant robot manipulators via quaternion feedback”, *Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Control Applications*, IEEE, 2001, ss. 363–368.

- [5] B. Siciliano, “Kinematic control of redundant robot manipulators: A tutorial”, *Journal of intelligent and robotic systems*, Cilt 3, Sayı 3, ss. 201–212, 1990.
- [6] U. Özbay, H. T. Sahin, ve E. Zergeroglu, “Robust tracking control of kinematically redundant robot manipulators subject to multiple self-motion criteria”, *Robotica*, Cilt 26, Sayı 6, s. 711, 2008.
- [7] K. Cetin, E. Tatlicioglu, ve E. Zergeroglu, “An extended jacobian-based formulation for operational space control of kinematically redundant robot manipulators with multiple subtask objectives: An adaptive control approach”, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Cilt 141, Sayı 5, 2019.
- [8] S. Obuz, E. Tatlicioglu, ve E. Zergeroglu, “Adaptive cartesian space control of robotic manipulators: A concurrent learning based approach”, *Journal of the Franklin Institute*, Cilt 361, Sayı 6, s. 106701, 2024.
- [9] N. Sharma, S. Bhasin, Q. Wang, ve W. E. Dixon, “Predictor-based control for an uncertain Euler–Lagrange system with input delay”, *Automatica*, Cilt 47, Sayı 11, ss. 2332–2342, 2011.
- [10] M. Krstic, “Lyapunov tools for predictor feedbacks for delay systems: Inverse optimality and robustness to delay mismatch”, *Automatica*, Cilt 44, Sayı 11, ss. 2930–2935, Kasım 2008.
- [11] R. Kamalapurkar, N. Fischer, S. Obuz, ve W. E. Dixon, “Time-varying input and state delay compensation for uncertain nonlinear systems”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Cilt 61, Sayı 3, ss. 834–839, 2016.
- [12] S. Obuz, A. Parikh, I. Chakraborty, ve W. E. Dixon, “Lyapunov-based control of an uncertain Euler–Lagrange system with uncertain time-varying input delays without delay rate constraints”, *IFAC-PapersOnLine (Proc. of the IFAC Workshop)*, Elsevier, 2016.
- [13] I. Chakraborty, S. Obuz, ve W. E. Dixon, “Control of an uncertain nonlinear system with known time-varying input delays with arbitrary delay rates”, *IFAC-PapersOnLine (Proc. of the 10th IFAC Symp. on Nonlinear Control Systems, NOLCOS)*, Elsevier, 2016.
- [14] S. Obuz, J. R. Klotz, R. Kamalapurkar, ve W. Dixon, “Unknown time-varying input delay compensation for uncertain nonlinear systems”, *Automatica*, Cilt 76, ss. 222–229, 2017.
- [15] N. Sadegh, ve R. Horowitz, “An exponentially stable adaptive control law for robot manipulators”, *IEEE Trans. Robot. Autom.*, Cilt 6, Sayı 4, ss. 491–496, Ağustos 1990.
- [16] J. J. Slotine, ve W. Li, “Composite adaptive control of robot manipulators”, *Automatica*, Cilt 25, Sayı 4, ss. 509–519, Temmuz 1989.
- [17] E. Zergeroglu, W. E. Dixon, D. Haste, ve D. M. Dawson, “Composite adaptive output feedback tracking control of robotic manipulators”, *Robotica*, Cilt 17, ss. 591–600, 1999.
- [18] P. Patre, W. Mackunis, M. Johnson, ve W. E. Dixon, “Composite adaptive control for Euler-Lagrange systems with additive disturbances”, *Automatica*, Cilt 46, Sayı 1, ss. 140–147, 2010.
- [19] G. Chowdhary, ve E. Johnson, “Concurrent learning for convergence in adaptive control without persistency of

- excitation”, *Proc. IEEE Conf. Decis. Control*, IEEE, 2010, ss. 3674–3679.
- [20] A. Parikh, R. Kamalapurkar, ve W. E. Dixon, “Integral concurrent learning: Adaptive control with parameter convergence using finite excitation”, *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, Cilt 33, Sayı 12, ss. 1775–1787, 2019.
- [21] S. Basu Roy, S. Bhasin, ve I. N. Kar, “Composite adaptive control of uncertain euler-lagrange systems with parameter convergence without pe condition”, *Asian Journal of Control*, Cilt 22, Sayı 1, ss. 1–10, 2020.
- [22] K. Guo, Y. Pan, D. Zheng, ve H. Yu, “Composite learning control of robotic systems: A least squares modulated approach”, *Automatica*, Cilt 111, s. 108612, 2020.
- [23] S. Obuz, E. Zergeroglu, ve E. Tatlicioglu, “Adaptive control of a class of nonlinear systems with guaranteed parameter estimation: A concurrent learning based approach”, *IET Control Theory & Applications*, 2024.
- [24] S. Commuri, ve F. L. Lewis, “Adaptive-fuzzy logic control of robot manipulators”, *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA)*, Minneapolis, MN, USA, IEEE, 1996, ss. 2604–2609.
- [25] B. M. Yilmaz, E. Tatlicioglu, A. Savran, ve M. Alci, “Self-adjusting fuzzy logic based control of robot manipulators in task space”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Cilt 69, Sayı 2, ss. 1620–1629, 2022.
- [26] V. Kumar, K. Rana, ve D. Kler, “Efficient control of a 3-link planar rigid manipulator using self-regulated fractional-order fuzzy pid controller”, *Applied Soft Computing*, Cilt 82, s. 105531, 2019.
- [27] F. L. Lewis, D. M. Dawson, ve C. Abdallah, *Robot Manipulator Control Theory and Practice*, CRC, 2003.
- [28] W. E. Dixon, A. Behal, D. M. Dawson, ve S. Nagarkatti, *Nonlinear Control of Engineering Systems: A Lyapunov-Based Approach*, Birkhauser, Boston, 2003.
- [29] M. Spong, ve M. Vidyasagar, *Robot Dynamics and Control*, John Wiley & Sons Inc., New York, 1989.
- [30] Z. Cai, M. S. de Queiroz, ve D. M. Dawson, “A sufficiently smooth projection operator”, *IEEE Trans. Autom. Control*, Cilt 51, Sayı 1, ss. 135–139, Ocak 2006.

### Özgeçmişler



**Serhat Obuz** lisans derecesini 2007 yılında İnönü Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü’nden almıştır. Millî Eğitim Bakanlığı’nın yurt dışı lisansüstü öğrenim bursuyla 2012 yılında Clemson Üniversitesi’nde Elektrik ve Bilgisayar Mühendisliği alanında yüksek lisansını, 2016 yılında Florida Üniversitesi’nde Makine ve Havacılık Mühendisliği alanında doktorasını tamamlamıştır. 2021 yılından bu yana Tarsus Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü’nde Dr. Öğretim Üyesi olarak çalışmaktadır. Araştırma alanları Lyapunov tabanlı doğrusal olmayan denetim, giriş ve durum gecikmesi telafisi, uyarlamalı ve gürbüz denetim, akıllı şebekelerde geçici hal kararlılığı ve dağıtık enerji kaynaklarının koordinasyonudur. 2015 yılında IEEE Conference on Control Technology and Applications (CCTA; o dönemki adıyla IEEE Conference on Control Applications) En İyi Öğrenci Makalesi Ödülü’nü almıştır.